მე-10 კლასის მათემატიკის პირველი ქვიზი 2023 წლის 10 ნოემბერი

ვარიანტი II

1. წერტილიდან სიბრტყისადმი გავლებულია ორი დახრილი, რომელთა სიგრძეთა სხვაობა **7-ის** ტოლია. მათი გეგმილების სიგრძეებია $\mathbf{15}$ და $\mathbf{6}$. იპოვეთ მანძილი მოცემული წერტილიდან მოცემულ სიბრტყემდე.

ა) 5,5 ბ) 6 გ) 6,5 დ) 7 ე) 7,5 ვ) 8

2. $\boldsymbol{ABCD}$ პარალელოგრამის წვეროებიდან მის არაგადამკვეთ სიბრტყეზე დაშვებულია $\boldsymbol{AA_1}$, $\boldsymbol{BB_1}$, $\boldsymbol{CC_1}$ და $\boldsymbol{DD_1}$ მართობები. იპოვეთ $\boldsymbol{DD_1}$, თუ $\boldsymbol{AA_1 = 1}$, $\boldsymbol{BB_1 = 2}$ და $\boldsymbol{CC_1 = 3}$.

ა) 1 ბ) 2 გ) 3 დ) 4 ე) 5 ვ) 6

3. $\boldsymbol{\alpha}$ პარამეტრი $[\mathbf{0}; \mathbf{199}]$ შუალედიდან იღებს მნიშვნელობებს, $\boldsymbol{\beta}$ კი – $[\mathbf{0}; \mathbf{19,9}]$ შუალედიდან და მართკუთხა სააკოორდინატო სიბრტყეზე განხილულია $\boldsymbol{A(3cos\alpha; 3sin\alpha)}$ და $\boldsymbol{B(4cos\beta; 4sin\beta)}$ წერტილები. იპოვეთ $\boldsymbol{AB}$ მონაკვეთის სიგრძის *უდიდესი* შესაძლო მნიშვნელობა.

ა) 4 ბ) 5 გ) 6 დ) 7 ე) 8 ვ) 9

4. ჩამოთვლილთაგან რომელი ფუნქციის მნიშვნელობები იქნება ტოლი არგუმენტის შემდეგი სამივე მნიშვნელობისათვის: $\boldsymbol{x_1 = \frac{11\pi}{5}}$, $\boldsymbol{x_2 = -\frac{6\pi}{5}}$, $\boldsymbol{x_3 = \frac{4\pi}{5}}$?

ა) $f(x) = cosx$ ბ) $f(x) = cos5x$ გ) $f(x) = sinx$ დ) $f(x) = sin(0{,}5x)$ ე) $f(x) = tgx$ ვ) $f(x) = ctgx$

5. რისი ტოლია $\boldsymbol{sin\alpha \cdot |sin\alpha| + cos\alpha \cdot |cos\alpha|}$ გამოსახულების მნიშვნელობა ნებისმიერი $\boldsymbol{\alpha}$-სთვის $(\mathbf{1}, \mathbf{5\pi};\ \mathbf{2\pi})$ შუალედიდან?

ა) 0 ბ) $tg^2\alpha$ გ) 1 დ) -1 ე) $cos2\alpha$ ვ) $-cos2\alpha$

6. სამკუთხედის გვერდების სიგრძეებია $\boldsymbol{\sqrt{10}}$, $\boldsymbol{\sqrt{6}}$ და $\mathbf{4}$. $\boldsymbol{K}$ წერტილი სამკუთხედის სამივე წვეროდან დაშორებულია **3-ით**. იპოვეთ მანძილი $\boldsymbol{K}$ წერტილიდან სამკუთხედის სიბრტყემდე.

ა) $\sqrt{5}$ ბ) 2 გ) $\sqrt{6}$ დ) $\sqrt{3}$ ე) $2\sqrt{2}$ ვ) $\sqrt{7}$

7. $\boldsymbol{AB}$ მონაკვეთი $\boldsymbol{\alpha}$ სიბრტყის პარალელურია და მისგან **2-ის** ტოლი მანძილითაა დაშორებული. $\boldsymbol{B}$ წერტილიდან $\boldsymbol{\alpha}$ სიბრტყისადმი გავლებულია $\boldsymbol{AB}$-ს მართობული $\boldsymbol{BC}$ დახრილი, რომელიც $\boldsymbol{\alpha}$ სიბრტყესთან $\mathbf{30°}$-იან კუთხეს ადგენს. იპოვეთ $\boldsymbol{AC}$ დახრილის $\boldsymbol{\alpha}$ სიბრტყეზე გეგმილის სიგრძე, თუ $\boldsymbol{AB = 2}$.

ა) $2\sqrt{2}$ ბ) 3 გ) $2\sqrt{3}$ დ) 4 ე) $2\sqrt{5}$ ვ) 5

8. ჩამოთვლილთაგან რომელი $\boldsymbol{f(x)}$ ფუნქციისთვისაა $\boldsymbol{f(x+y) = \frac{f(x)+f(y)}{1-f(x)f(y)}}$ ტოლობა სამართლიანი $\boldsymbol{x}$ და $\boldsymbol{y}$ ცვლადების ყველა დასაშვები მნიშვნელობისათვის?

ა) $f(x) = tgx$ ბ) $f(x) = ctgx$ გ) $f(x) = sinx$ დ) $f(x) = cosx$ ე) $f(x) = x^2$ ვ) $f(x) = \frac{1}{x}$

9. $\boldsymbol{a = sin\frac{\pi}{6}}$, $\boldsymbol{b = \frac{\pi}{6}}$ და $\boldsymbol{c = tg\frac{\pi}{6}}$ რიცხვები დაალაგეთ *ზრდადობით*.

ა) $a < b < c$ ბ) $a < c < b$ გ) $b < a < c$ დ) $b < c < a$ ე) $c < a < b$ ვ) $c < b < a$

10. ჩამოთვლილთაგან რომლის ტოლია $\boldsymbol{\frac{4sin^3x-3sinx}{4cos^3x-3cosx}}$ გამოსახულების მნიშვნელობა $\boldsymbol{x}$ ცვლადის ყველა დასაშვები მნიშვნელობისათვის?

ა) $tg2x$ ბ) $-tg3x$ გ) $ctg3x$ დ) $-ctg2x$ ე) $3tgx$ ვ) $-2ctgx$

11. რომბის გვერდზე გავლებულია სიბრტყე, რომელიც რომბის დიაგონალებთან ადგენს $\mathbf{30°}$-ისა და $\mathbf{60°}$-ის ტოლ კუთხეებს. იპოვეთ რომბის მახვილი კუთხის კოსინუსი.

ა) $\frac{1}{3}$ ბ) $\frac{1}{2}$ გ) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ დ) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ე) $\frac{2}{3}$ ვ) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

12. საერთო $\boldsymbol{AB}$ კათეტის მქონე $\boldsymbol{ABK}$ და $\boldsymbol{ABP}$ მართკუთხა სამკუთხედები $\mathbf{45°}$-იან ორწახნაგა კუთხეს ქმნიან (ორივე სამკუთხედში $\boldsymbol{B}$ *კუთხეა* მართი). იპოვეთ ჰიპოტენუზების შემცველ წრფეებს შორის კუთხე, თუ ჰიპოტენუზების სიგრძეებია $\mathbf{3}$ და $\boldsymbol{\sqrt{2}}$ და $\boldsymbol{AB = 1}$.

ა) $15°$ ბ) $30°$ გ) $45°$ დ) $60°$ ე) $75°$ ვ) $90°$

13. ცნობილია, რომ $\boldsymbol{sinx = \frac{1}{\sqrt{5}}}$ და $\boldsymbol{siny = \frac{1}{\sqrt{10}}}$ და $\boldsymbol{x \in (0;\ 0,5\pi)}$; $\boldsymbol{y \in (0;\ 0,5\pi)}$. იპოვეთ $\boldsymbol{x + y}$.

ა) $\frac{\pi}{3}$ ბ) $\frac{\pi}{6}$ გ) $\frac{\pi}{4}$ დ) $\frac{\pi}{2}$ ე) $\frac{3\pi}{4}$ ვ) დადგენა შეუძლებელია

14. იპოვეთ გამოსახულების $\frac{sin2\alpha+tg2\alpha}{cos2\alpha-tg2\alpha}$ მნიშვნელობა, თუ $tg\alpha = 2$.

ა) $\frac{2}{11}$ ბ) $-\frac{4}{11}$ გ) $\frac{6}{11}$ დ) $-\frac{8}{11}$ ე) $\frac{10}{11}$ ვ) $-\frac{12}{11}$

15. იპოვეთ $4(sin^6\alpha + cos^6\alpha)$ გამოსახულების მნიშვნელობა, თუ $sin\alpha + cos\alpha = k$.

ა) $-k^6 - 2k^4 + k^2$ ბ) $-2k^6 - k^2$ გ) $k^6 + 2k^4 - k^2$ დ) $k^4 - 3k^2 + 2$ ე) $4k^4 + 5k^2$ ვ) $-3k^4 + 6k^2 + 1$

16. $120°$-იანი ორწახნაგა კუთხის სხვადასხვა წახნაგებზე მდებარე A და B წერტილებიდან წიბოზე დაშვებულია AA_1 და BB_1 მართობები. იპოვეთ AB_1B კუთხის კოსინუსი, თუ $AA_1 = 1$, $BB_1 = x$ და $A_1B_1 = y$.

ა) $\frac{-1}{2\sqrt{1+x^2}}$ ბ) $\frac{-1}{2(1+x^2)}$ გ) $\frac{-1}{2(1+x^2+y^2)}$ დ) $\frac{-1}{2\sqrt{1+x^2+y^2}}$ ე) $\frac{-1}{2\sqrt{1+y^2}}$ ვ) დადგენა შეუძლებელია

17. შემდეგი სამი დებულებიდან რომელია *ჭეშმარიტი*? **(A)** თუ სივრცეში არსებული წრფეებიდან ყოველი ორი იკვეთება და არცერთი სამი ერთ წერტილში არ იკვეთება, მაშინ ყველა მათგანი ერთ სიბრტყეშია. **(B)** თუ სივრცეში არსებული წრფეებიდან ყოველი ორი იკვეთება და არცერთი სამი ერთ სიბრტყეში არ მდებარეობს, მაშინ ყველა მათგანი ერთ წერტილში იკვეთება. **(C)** თუ სივრცეში არსებული წრფეებიდან ყოველი ორი იკვეთება, მაშინ ან ყველა მათგანი ერთ წერტილში იკვეთება, ან ყველა მათგანი ერთ სიბრტყეშია.

ა) არცერთი ბ) მხოლოდ A გ) მხოლოდ B დ) მხოლოდ A და C ე) მხოლოდ B და C ვ) სამივე

18. a პარამეტრის რამდენი მნიშვნელობისთვისაა $f(x) = sin\left(\frac{x}{|a^2-4|}\right)$ ფუნქციის უმცირესი დადებითი პერიოდი 8π-ის ტოლი?

ა) არცერთი ბ) ერთი გ) ორი დ) სამი ე) ოთხი ვ) ოთხზე მეტი

19. ჩამოთვლილთაგან რომლის ტოლია $\frac{sin\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)\cdot tg(\pi-\alpha)}{cos\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)\cdot ctg(2\pi-\alpha)}$ გამოსახულების მნიშვნელობა ცვლადის ყველას დასაშვები მნიშვნელობისათვის?

ა) $-tg\alpha$ ბ) $tg\alpha$ გ) $-ctg\alpha$ დ) $ctg\alpha$ ე) -1 ვ) 1

20. ჩამოთვლილთაგან რომლის ტოლია $cos^2(\alpha-\beta) - sin^2(\alpha+\beta)$ გამოსახულების მნიშვნელობა?

ა) $cos2\alpha \cdot cos2\beta$ ბ) $sin2\alpha \cdot sin2\beta$ გ) $cos(2\alpha+2\beta)$ დ) $sin(2\alpha-2\beta)$ ე) $cos^2\alpha \cdot cos^2\beta$ ვ) $sin^2\alpha \cdot sin^2\beta$

21. სივრცეში მდებარე ოთხი A, B, C და K წერტილისთვის სრულდება შემდეგი: $\angle AKB = \angle AKC = 90°$, $\angle BAC = \gamma$, $\angle ABK = \angle ACK = \alpha$ და ABC და KBC სიბრტყეებს შორის კუთხე β-ს ტოლია. ჩამოთვლილთაგან რომელი ტოლობაა α, β და γ მახვილი კუთხეებისათვის აუცილებლად *ჭეშმარიტი*?

ა) $cos^2\beta = sin^2\alpha + sin^2\gamma$ ბ) $sin^2\gamma = cos^2\alpha + cos^2\beta$ გ) $cos\beta = sin\alpha \cdot sin\gamma$

დ) $sin\gamma = cos\alpha \cdot cos\beta$ ე) $cos\beta = 2cos\alpha \cdot tg\frac{\gamma}{2}$ ვ) $cos\frac{\gamma}{2} = \frac{sin\alpha}{sin\beta}$

22. მახვილი ორწახნაგა კუთხის პირველ წახნაგზე მდებარე A წერტილიდან მეორე წახნაგზე დაშვებულია AO მართობი, წიბოზე კი $-$ AB მართობი. C წერტილი წიბოზე მდებარე $(C \neq B)$ წერტილია. ცნობილია, რომ $\angle ACB = \alpha$, $\angle ACO = \beta$ და $\angle OCB = \angle ABO$. ჩამოთვლილთაგან რომელი ტოლობაა აუცილებლად *ჭეშმარიტი*?

ა) $sin\beta = cos\alpha$ ბ) $sin^2\alpha + cos^2\beta = \frac{1}{2}$ გ) $tg^2\alpha + ctg^2\beta = 2$

დ) $\frac{cos^2\alpha}{cos^2\beta} + \frac{sin^2\beta}{sin^2\alpha} = 1$ ე) $1 + tg^2\alpha = \frac{1}{cos^2\beta}$ ვ) $cos^2\alpha + sin^2\beta = \frac{3}{4}$

23. საკოორდინატო სიბრტყეზე მოცემულია $A(cost; sint)$, $B(-cost; -sint)$ და $C(cos(2-t); sin(2-t))$ წერტილები. $t \in (0; 1)$ პარამეტრის რომელი მნიშვნელობისათვის იქნება ABC სამკუთხედის ფართობი უდიდესი?

ა) $\frac{1}{4}$ ბ) $\frac{4-\pi}{4}$ გ) $\frac{\pi}{4}$ დ) $\frac{\pi}{6}$ ე) $\frac{6-\pi}{6}$ ვ) $\frac{1}{6}$

24. $\frac{\pi}{2}$-ის არაჯერადი არგუმენტებისთვის $f(x)$ ფუნქცია შემდეგი უსასრულო ჯამით განისაზღვრება:

$f(x) = cosx + sin^2x + cos^3x + sin^4x + cos^5x + sin^6x + cos^7x + sin^8x + cos^9x + sin^{10}x + \cdots$. იპოვეთ $f\left(\frac{2\pi}{3}\right)$.

ა) $\frac{\sqrt{3}-1}{4}$ ბ) $\frac{2}{3}$ გ) $\frac{\sqrt{3}+1}{4}$ დ) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ ე) $\frac{7}{3}$ ვ) $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$

25. იპოვეთ $f^2(x) - f(x) + 1$ გამოსახულების მინიმალური მნიშვნელობა, თუ $f(x) = |sinx|$.

ა) $\frac{1}{4}$ ბ) $\frac{1}{2}$ გ) $\frac{3}{4}$ დ) 1 ე) $\frac{5}{4}$ ვ) $\frac{3}{2}$